



PERFILOMETRÍA 3D: COMO E PORQUE MODELAR OS DADOS

Vinicius Gouveia de Miranda¹, Francisco Sena Leite²

¹O-Pitblast, Lda., MSc. Eng. Matemática (Universidad Complutense de Madrid), Doutorando Eng. de Minas e Geo-Ambiente (Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

²O-Pitblast, Lda., MSc. Eng. de Minas e Geo-Ambiente (Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto)

RESUMO

O trabalho que se apresenta tem por finalidade tentar elucidar (ou até mesmo desmistificar) a problemática da interpretação dos dados oriundos de equipamentos de medição topográfica comumente utilizados em pedreiras e operações mineiras: o (popularmente conhecido) laser 3D. Embora os dados possam ser lidos (as marcas mais conhecidas da atualidade, como *Pulsar*[®] ou *Renishaw*[®] não criptografam a saída de seus dados, esse último apenas transforma parte de sua informação em binários) de maneira relativamente fácil, os Engenheiros de Minas que precisam trabalhar com esses equipamentos desconhecem sua estrutura básica e se tornam “*reféns*” dos softwares que interpretam esses dados, quando poderiam utilizar planilhas de cálculo para ter resultados semelhantes. Aqui vamos citar de maneira sucinta os principais algoritmos e tentaremos, passo por passo, construir uma lógica que nos permita interpretar essa informação. Os autores desse trabalho não pretendem aqui (até por que a limitação inerente a esse tipo de publicação não permite) ser extremamente formais ou mesmo perdessem em demonstrações, mas sim criar ao leitor desse artigo as bases necessárias para que o mesmo possa desenvolver sua própria ferramenta de interpretação de dados.

PALAVRAS-CHAVE: Perfilometria, modelagem, desmonte.



1. INTRODUÇÃO

Sem dúvidas, uma das mais difíceis tarefas para um engenheiro de minas é adequar a carga de seu desmorte à geometria do mesmo (Miranda, Couceiro, & Blazquez, 2015, pág. 854), pois, como podemos bem intuir com a ajuda da Figura 1, os riscos decorrentes da má distribuição dos furos com respeito à cara livre podem alterar a produção, uma vez que a variação do afastamento atinge diretamente o índice de uniformidade e esse por sua vez ao tamanho característico da partícula (Hustrulid, 1999, pág. 111), como também a segurança uma vez que um afastamento crítico não planejado pode gerar ultra lançamentos ou “fly-rocks” (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017, pág. 10) .

É de notório saber no mundo dos explosivos e desmontes de rochas que quando um desmorte é requerido a velocidade de execução é essencial para o sucesso do projeto, e o uso da melhor tecnologia disponível é um ponto crucial para atingir os objetivos demandados, como afirma Platt, gerente da *Wampum Hardware* (<http://wampumhardware.com/>) no seu ilustrado artigo publicado pelo ISEE¹ em 2016 (*Profile, Profile, Profile*).

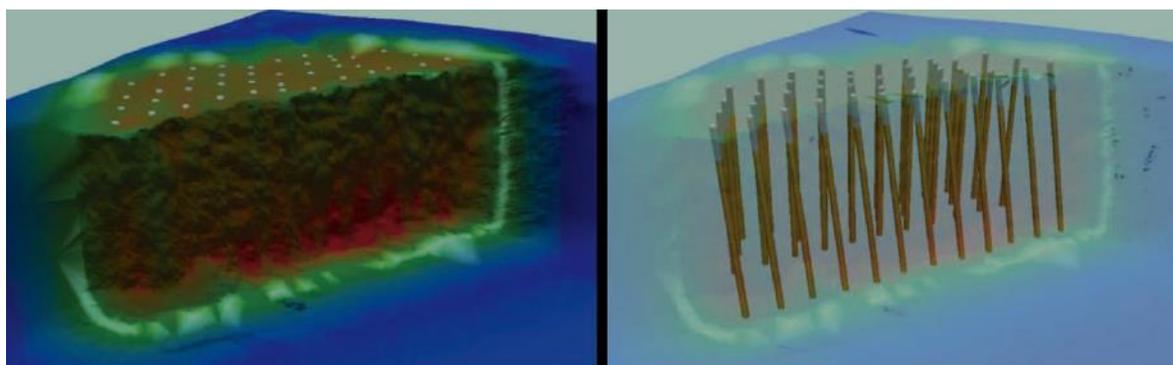


Figura 1: Risco de formação de maticos (Miranda, Couceiro, & Blazquez, Rioblast: Software de diseño y simulación de voladuras en entorno 3D, 2015)

O ponto de inflexão aqui não é o inegável fator que desempenha a tecnologia², mas sim a falta de velocidade de reação dos Engenheiros de Minas³ na eventual falta um software especializado em tratar esses dados. É crucial para os profissionais da área possuírem um conhecimento mínimo sobre as etapas necessárias para a interpretação dos dados oriundos do laser, apesar de que, embora os mecanismos matemáticos para esse propósito sejam, individualmente, poucos estimulantes, o processo global é por si só interessante e é assim, com essa abordagem holística, que os leitores desse trabalho devem *navegar* pelas próximas páginas.

¹ *International Society of Explosives Engineers*

² Aqui caberia outro(s) artigo(s) sobre o tema. Apenas se cita que a referente revista *International Mining* traz nas suas últimas edições (out./16, dez./16, jan./17) matérias sobre tecnologias na mineração, e mais recentemente (fev./17) nos presenteia com a matéria: *mining software*, que trata dos benefícios da implementação tecnológica no campo mineiro.

³ Nota dos autores.



2. BACKGROUND

Antes de poder seguir com a aplicação direta à modelização dos dados do laser, devemos dar um repasse “filosófico” (uma vez que as devidas demonstrações e fórmulas não serão formalmente abordadas) a matemática, econometria e outras áreas necessárias para a devida compreensão dos temas que vem a seguir. A ideia por trás desse capítulo não é estendesse de maneira cansativa, mas apenas passar uma revisão sobre alguns (ou os mais importantes em acordo com os critérios dos autores desse trabalho) algoritmos/modelos/técnicas de maneira a passar ao leitor as ferramentas necessárias para a boa compreensão do mesmo.

2.1. Regressão linear⁴

A regressão linear interpretasse como o estudo da dependência de uma variável (variável dependente) com respeito a uma ou mais variáveis (variáveis explicativas) com o objetivo de estimar ou prever a média populacional da primeira em função de valores conhecidos ou fixos das segundas (Gujarati & Porter, 2010, pág. 15). Essa ferramenta é amplamente aplicada aos problemas de Engenharia e como exemplo específico ao desmonte de rochas podemos citar as análises de determinação de lei de atenuação, ilustradas na Figura 2.

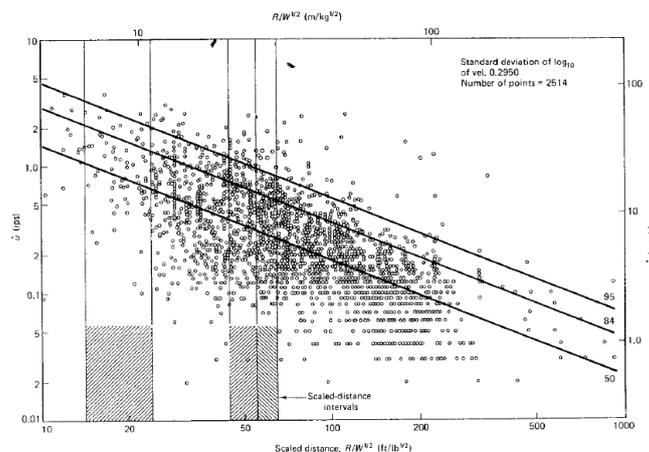


Figura 2: Regressão linear para determinação de lei de atenuação (Dowding, 1985, pág. 31)

2.1.1. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Esse método faz regressão minimizada a soma total do quadrado dos resíduos. Aqui vale a pena destacar que o método não encontra a reta (na realidade o hiperplano, sendo a reta um hiperplano⁵ de R^2) que melhor aproximasse dos pontos, pois ela não minimiza a distância dos pontos até a reta e sim o quadrado da distância, fator esse que enfatiza de maneira “especial” (aqui as aspas se fazem necessárias) os pontos extremos (*outliers*). Outros métodos de regressão como

⁴ Uma abordagem mais interessante (e ainda curta, não cansativa) com alguns dados históricos se encontra em Validação de modelos lineares: uma análise residual, 2016.

⁵ Define-se um hiperplano H em R^n como o conjunto de pontos (x_1, x_2, \dots, x_n) que verificam uma equação linear não degenerada $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ (Lipschutz, 1994, pág. 65)



pode ser o método dos mínimos resíduos absolutos são mais seguros desde o ponto de vista que se influenciam menos pelos pontos extremos, conforme explica Miranda *et al* (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017), mas são menos utilizados devido a sua complexidade⁶ matemática.

2.2. Complex Hull

A melhor definição direta (e simples) para explicar esse algoritmo, na opinião do autor desse trabalho, é a dada por De Berg *et al* (Computational Geometry - Algorithms and Applications, 2008, pág. 3) :

“... imagine um conjunto de pontos sobre um plano, e ao redor desses pontos você estica um elástico e solta ele permitindo que ele se encaixe sobre os pontos, a área envolvida pelo elástico é o convex hull...” (adaptado do primeiro parágrafo).

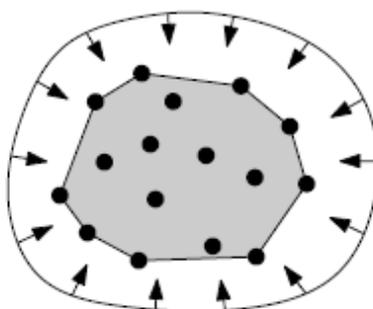


Figura 3: Convex Hull (De Berg, Cheong, Kreveld, & Overmars, 2008)

Muitos algoritmos podem ser empregados para obter esse resultado, uns mais robustos que outros, e o próprio capítulo 11 do livro (Computational Geometry - Algorithms and Applications) se dedica a esse tema.

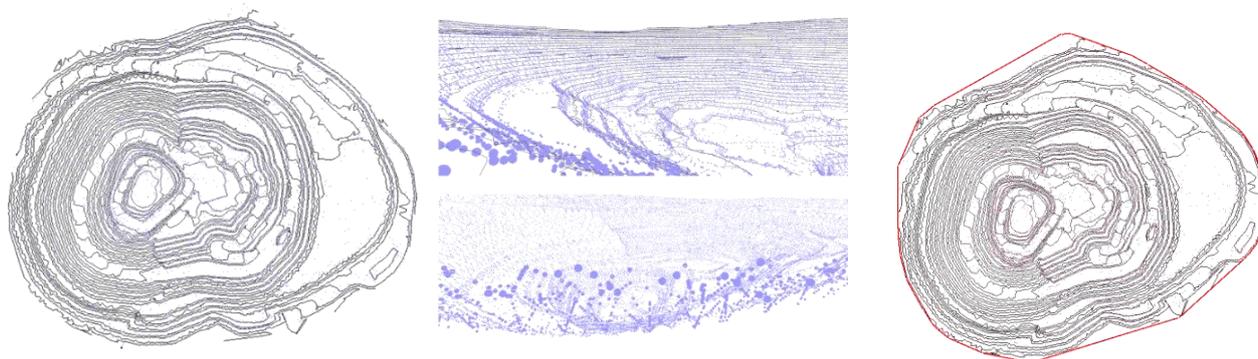


Figura 4: Pontos topográficos de uma mina de cobre e o polígono encontrado.

⁶ (Hamming, 1973, pág. 431)



2.3. Mudança de base

A escolha de uma base conveniente pode nos ajudar a resolver um problema simplificando o mesmo. Um exemplo prático disso se encontra no artigo de diluição apresentado na *Fragblast*⁷11 (Dilution, Ore Grade and Blast Movement Calculation Model, 2015), onde os movimentos internos que seguem uma equação de membrana não poderiam ser calculados sem a adequada mudança de base.

Também para os cálculos de perfil crítico desenvolvidos dentro de software de simulação de desmonte, como pode ser o *O-Pitblast* (O-Pitblast, 2017), se faz necessária a correta mudança de base para poder efetuar cálculos de maneira mais fácil, como ilustrado na Figura 5.

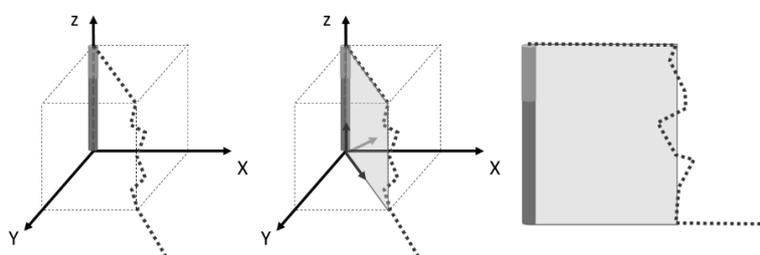


Figura 5: Mudança de base para cálculo de perfil crítico

2.4. Diagrama de Voronoi e triangulação de Delaunay

Os diagramas de Voronoi e a triangulação de Delaunay estão correlacionadas (Hjelle & Daehlen, 2006). Se temos um ponto em uma superfície planar, o diagrama de Voronoi desse ponto é definido como o local geométrico dos pontos que estão mais próximos a esse que a qualquer outro ponto (Aurenhammer, Klein, & Lee, 2013). A triangulação de Delaunay é o dual do diagrama de Voronoi⁸, e pode ser gerada conectando os pontos que compartilham vértices comuns de Voronoi (entre várias outras maneiras possíveis, ver o capítulo 4 de *Hjelle*).

Aqui é importante citar que a triangulação de Delaunay contém o polígono gerado pelo algoritmo de *Hull*.

Devemos fazer também uma especial consideração. Embora sua demonstração matemática não seja simples e sua implementação seja complicada⁹, a subdivisão do terreno em terrenos menores ajuda o processo de triangulação e na prática podemos intuir isso (Wiegand & Valentim, logo no abstract de seu artigo publicado no ISEE 2016 afirmam sem demonstrar que faces quando individualmente analisadas otimizam o projeto do desmonte). Formalmente em seus livros, todos os atuais (ou os mais importantes) autores seguem nessa linha: Hjelle & Daehlen p.89, Aurenhammer et al p.24 e também referências importantes, mas não tão atuais (Lee & Schachter, 1980).

⁷ International Symposium on Rock Fragmentation by Blasting

⁸ (Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 54)

⁹ (Hjelle & Daehlen, 2006, pág. 89)

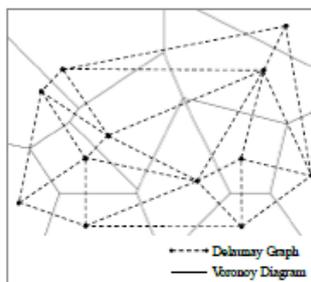


Figura 6: Diagrama de Voronoi e Triangulação de Delaunay (A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017)

2.5. K-Means

A classificação é, nas palavras de Elizabeth Reis (Estatística Multivariada Aplicada, 2001) uma atividade conceitual básica dos seres humanos. Basicamente, tentamos agrupar objetos por alguma característica semelhante ou comum.

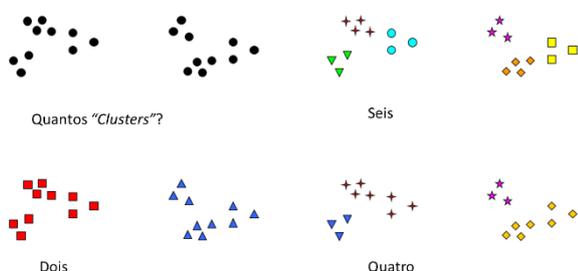


Figura 7: diferentes maneiras de aplicar análise de clusters (adaptação de Pang-Ning et al)

Existem alguns algoritmos para ajudar com a solução do problema da figura 7, recomendamos o K-means e *Introduction to Data Mining* (2005), capítulo 8 para o caso de o leitor desse trabalho querer aprofundar mais no tema. Escolhemos K-means pelo fato de ser o mais popular algoritmo de clusters (Batra, 2011).

No K-means cada cluster é associado a um centroide, e temos K centroides que o utilizador do algoritmo pode determinar. O algoritmo é muito simples¹⁰.

Para ilustrar, vamos dividir um terreno em clusters e avaliar visualmente o resultado.

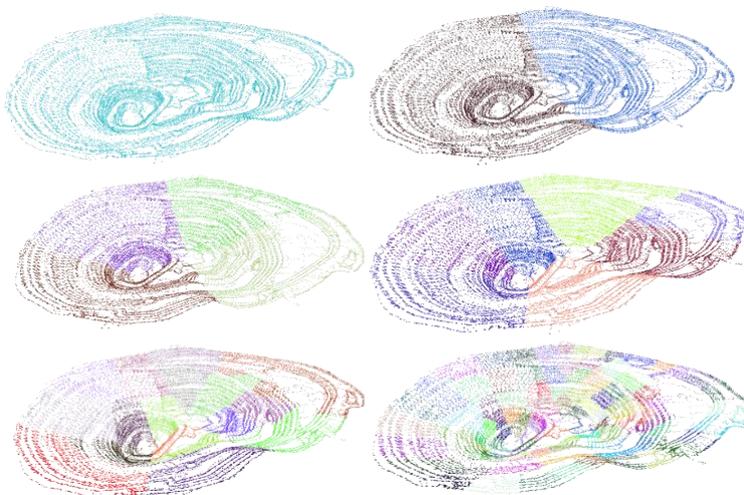


Figura 8: Agrupamento de pontos por K-means, com K assumindo diferentes valores

¹⁰ (Tan, Steinbach, & Kumar, 2005, pág. 491)



3. O LASER E O FORMATO DOS DADOS DE SAÍDA



Figura 9: Quarryman® Pro System (Renishaw, 2014)

É indiscutível que o aparelho Laser ainda é o um dos mais versáteis devido a sua capacidade de mapear pedreiras e minas como um todo e seu uso é chave para a modelização de topografias (Renishaw, 2014) e conseqüentemente para a frente livre de bancada.

Shushil Bhandari ainda destaca seu uso no capítulo que dedica à avaliação de resultados do desmonte (Engineering Rock Blasting Operations, 1997).

Importantes eventos, como o ISEE, destacam em *papers* as aplicações à topografia desse equipamento ao largo de suas edições (já referenciados pelos autores desse trabalho). A precisão desse equipamento com relação ao seu antecessor, o Laser 2D fica evidenciada na busca pelo afastamento crítico (Miranda, Leite, Jesus, & Sobral, A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces, 2017).

Uma vez que a varredura de pontos de uma frente livre é feita, a saída dos dados é feita em coordenadas esféricas. Sua leitura e posterior transformação é simples.

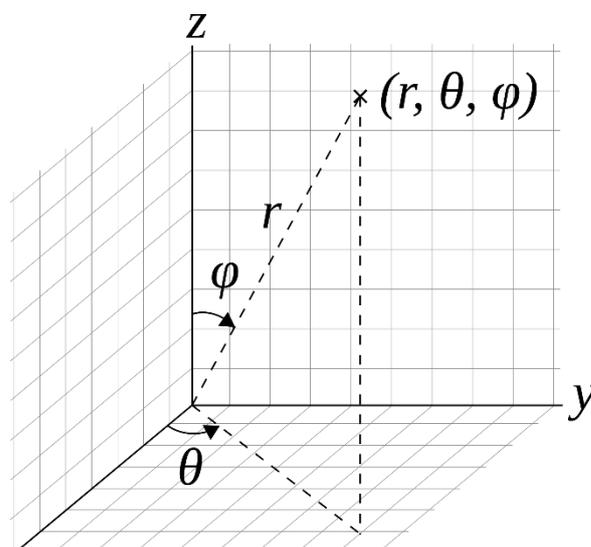


Figura 10: Representação sistema de coordenadas esféricas

As coordenadas dos pontos que extraímos com o laser precisam ser transformados. O sistema toma como origem do sistema a posição em que o laser se encontra (é necessário ter em conta a altura do equipamento). Daí tiramos as fórmulas por trigonometria:

$$Z = r \times \cos(\varphi) \quad (1)$$

$$X = r \times \sin(\varphi) \times \cos(\theta) \quad (2)$$

$$Y = r \times \sin(\varphi) \times \sin(\theta) \quad (3)$$



4. APLICAÇÃO

Uma vez que todas as ferramentas necessárias para a modelização já foram exploradas, vamos diretamente modelar o terreno.

Para a exemplificação, vamos utilizar os dados gerados pela visita do departamento de Engenharia de Minas da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto a Pedreira da Madalena no dia 25 de janeiro de 2017. O objetivo da visita foi o treinamento do laser 3D entre alguns alunos e professores da instituição.

4.1. Levantamento de dados

É necessário utilizar o laser para escanear o terreno e obter um conjunto de pontos para poder iniciar-se o processo de modelização. O equipamento laser utilizado conta com a funcionalidade (de fato praticamente todos os produtos disponíveis no mercado tem essa função¹¹) de leitura automática, tendo que o utilizador apenas marcar o polígono que deseja ler e definindo os passos a serem tomados pelo equipamento. Para esse treinamento em questão, dada a natureza pedagógica, não se levantou uma nuvem extensa de pontos (quanto maior a qualidade requerida, maior a nuvem e consequentemente mais demorada a toma de dados), o que poderemos conferir mais adiante na figura 12.



Figura 11: Toma de dados no campo

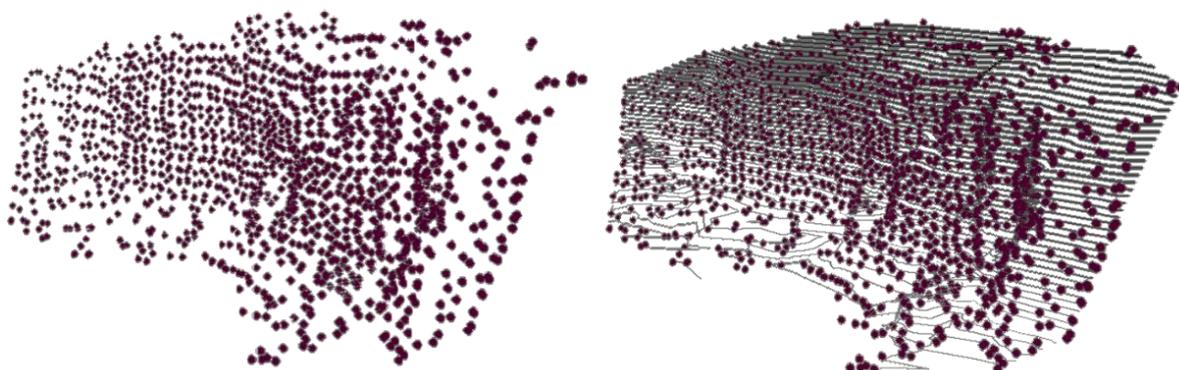


Figura 12: Conjunto de pontos tomados pelo laser

¹¹ Nota dos autores.



4.2. Plano de regressão

O seguinte passo é encontrar o hiperplano (no nosso caso um plano, já que estamos lidando com pontos tridimensionais) e embora já tenha ficado claro que devemos utilizar o método dos mínimos quadrados vamos mostrar aqui o resultado das duas regressões para ver as diferenças entre elas (caso ainda não tenha ficado claro a razão da seleção do método dos mínimos quadrados e exista alguma dúvida sobre qual regressão utilizar, recorreremos aqui ao princípio da navalha de *Occam*: Devemos utilizar a solução mais simples até que ela se demonstre inadequada (Newman, 1956, pág. 1247)).

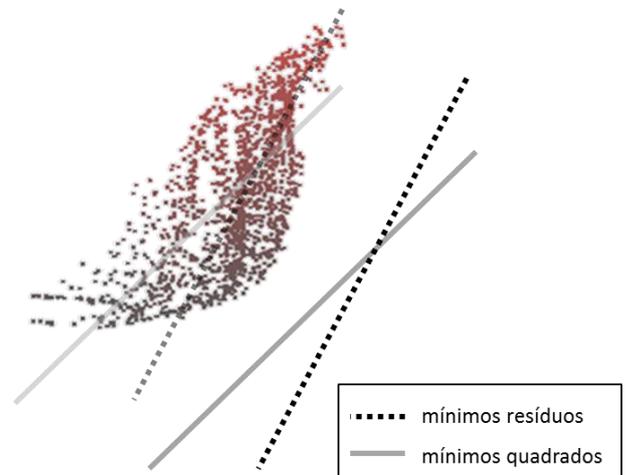


Figura 13: Regressão por mínimos quadrados e mínimos resíduos

4.3. Projeção de pontos no plano

O próximo passo é projetar os pontos sobre o plano encontrado.

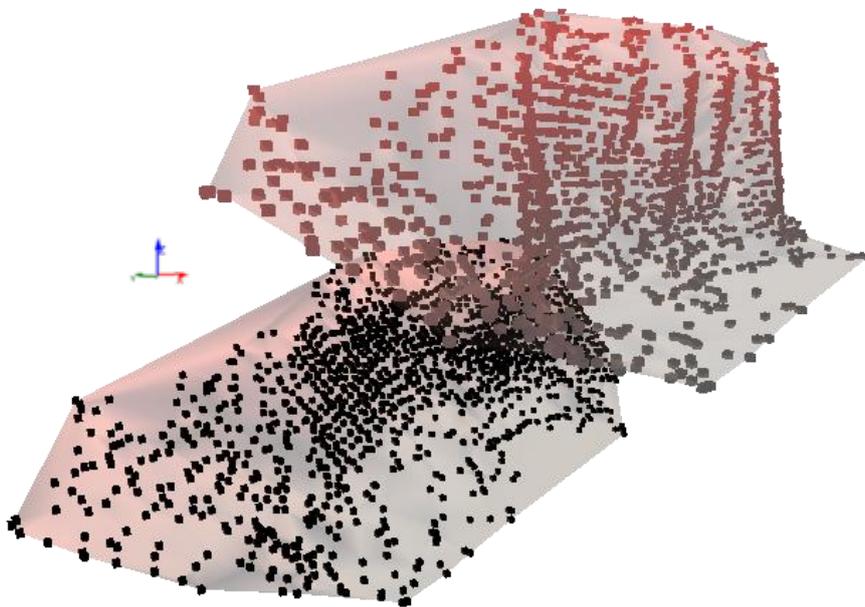


Figura 14: Projeção dos pontos no plano encontrado

4.4. Mudança de base

Aqui é necessário encontrar uma nova base. O procedimento é simples:

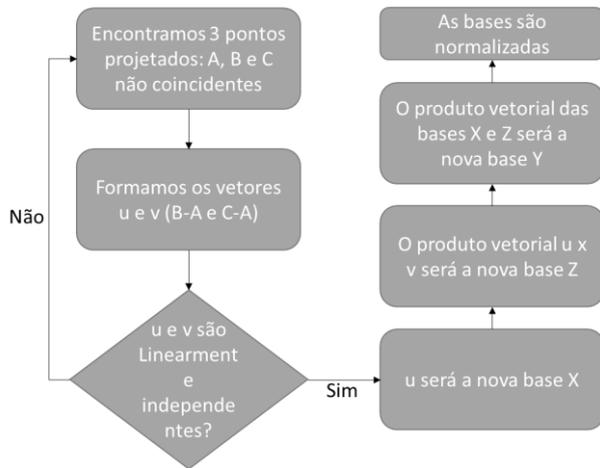


Figura 15: Procedimento para encontrar nova base

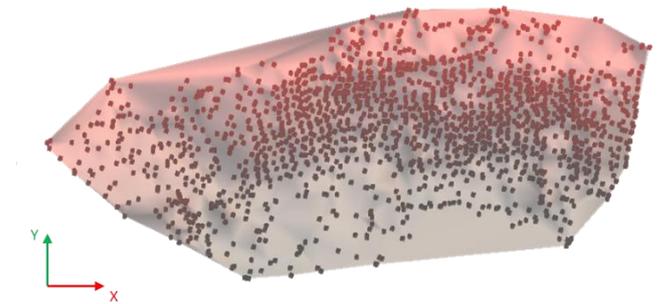


Figura 16: Pontos originais e no novo sistema de coordenadas

4.5. Triangulação

Sobre os pontos projetados e já no novo sistema de coordenadas, temos que fazer a triangulação. O resultado é conferido a seguir:

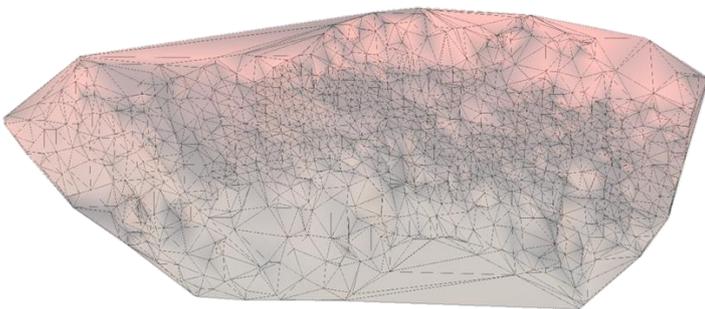


Figura 17: Triangulação sobre pontos projetados

projetados que formam um triângulo também formarão um triângulo no sistema original).

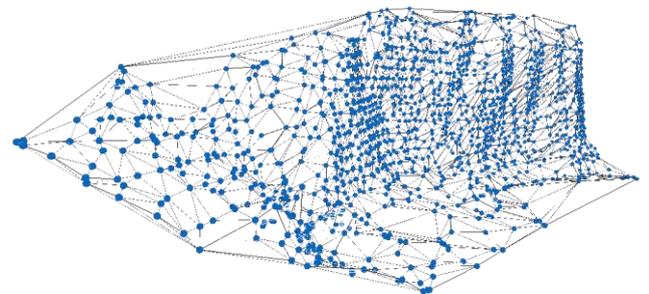


Figura 18: Triangulação sobre os pontos originais

Agora devemos aplicar os mesmos índices de triangulação (i.e. cada 3 pontos

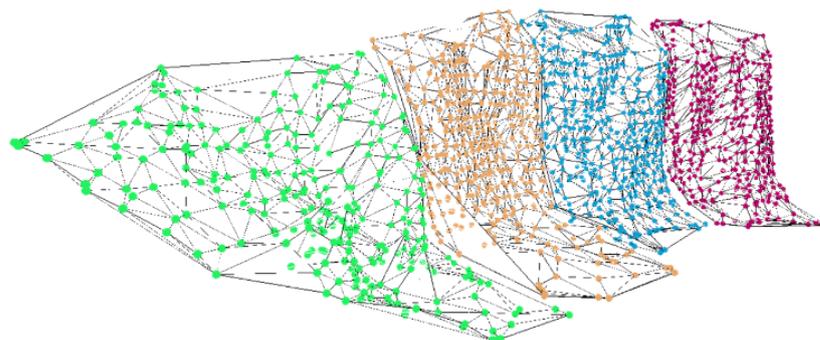


Figura 19: Aplicação do algoritmo "Divide and Conquer"



4.7. Resultado final

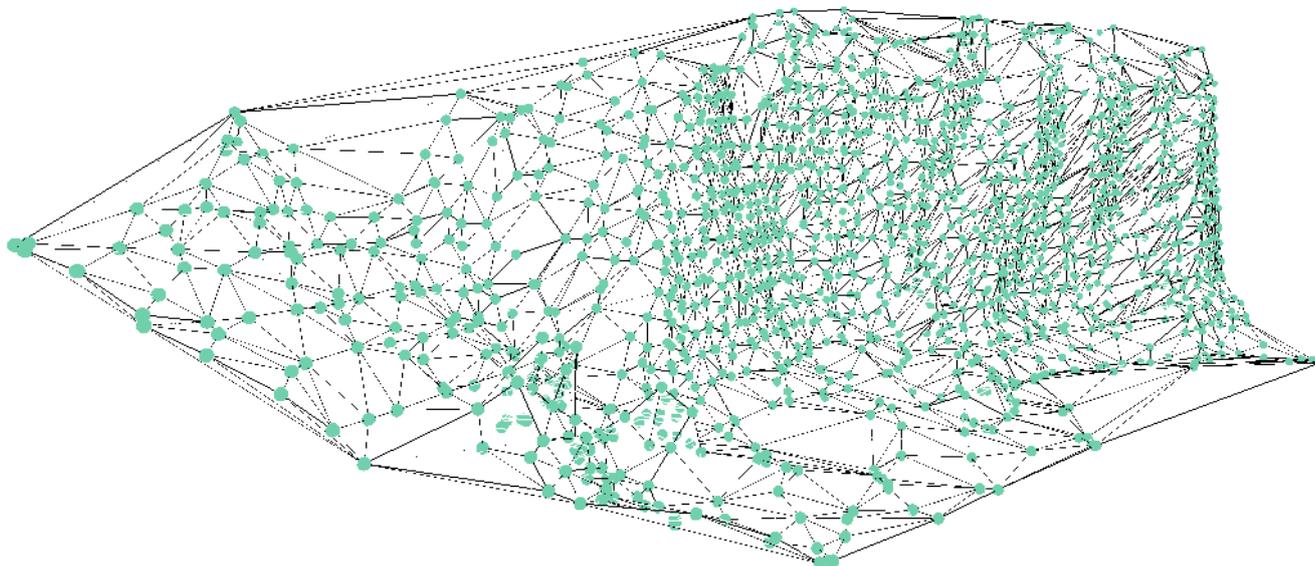


Figura 20: Triangulação final

5. CONCLUSÕES E AGRADECIMENTOS

Ainda que a principal função do Engenheiro de Minas diste das programações rebuscadas, fica claro (assim esperamos) com esse trabalho que a aplicação dos conhecimentos matemáticos (em sua maioria vista nos ciclos básicos do curso de Engenharia de Minas) podem desempenhar um papel importante quando se tenta buscar o entendimento sobre os dados gerados pelo laser e determina um papel fundamental na hora de decidir gastar ou não recursos na compra de softwares.

Agradecemos muito a Universidade do Porto – Faculdade de Engenharia (departamento de Engenharia de Minas – FEUP) pelo suporte nessa pesquisa, em especial aos queridos Engenheiros Alexandre Leite e José Soeiro. Como não poderia deixar de ser, agradecemos com muito carinho a UFPE (Universidade Federal de Pernambuco) e aos professores do departamento de Engenharia de Minas, em especial aos queridos Carlos Magno e José Carlos, pelo suporte e sempre que necessário apoio.

6. BIBLIOGRAFÍA

Aurenhammer, F., Klein, F., & Lee, D. (2013). *Voronoi Diagrams and Delaunay Triangulation*.

Batra, A. (2011). Analysis and Approach: K-Means and K-Metoids Data Mining. *5 IEEE International Conference on Advanced Computing & Communication Technologies*, (págs. 274-279).

Bhandari, S. (1997). *Engineering Rock Blasting Operations*. Rotterdam: Balkema.



- De Berg, M., Cheong, O., Kreveld, M. V., & Overmars, M. (2008). *Computational Geometry - Algorithms and Applications*.
- Dilution, Ore Grade and Blast Movement Calculation Model. (2015). *Fragblast 11*, (págs. 71-78). Sydney.
- Dowding, C. H. (1985). *Blast Vibration Monitoring and Control*. Ottawa: Prentice-Hall.
- Drones. (2016). *International Mining*, 62-73.
- Gujarati, D., & Porter, D. (2010). *Econometría*. México: McGraw-Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- Hamming, R. (1973). *Numerical Methods for Scientists and Engineers*. New York: McGraw-Hill.
- Hjelle, O., & Daehlen, M. (2006). *Triangulations and Applications*. Lysaker.
- Hustrulid, W. (1999). *Blasting Principles for Open Pit Mining*. Rotterdam: A. A. Balkema.
- Lee, D. T., & Schachter, B. J. (1980). Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation. *International Journal of Computer and Information Sciences*, págs. 219-242.
- Lipschutz, S. (1994). *Álgebra Linear: teoria e problemas*. São Paulo: Makon Books.
- Mining Software. (2017). *International Mining*, 26-47.
- Miranda, V. G. (2016). *Validação de Modelos: Uma Análise Residual*. Porto.
- Miranda, V. G., Couceiro, P., & Blazquez, J. (2015). Rioblast: Software de diseño y simulación de voladuras en entorno 3D. *IV Congreso Nacional de Áridos*, (págs. 850-857). Madrid.
- Miranda, V. G., Leite, F. S., Jesus, C., & Sobral, R. (2017). A new Approach to 3D Modeling of Blast Free Faces. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Florida.
- Miranda, V. G., Leite, F. S., Jesus, C., & Sobral, R. (2017). A New Blast Vibration Analysis Methodology. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Florida.
- Newman, J. R. (1956). *The World of Mathematics, vol. 2*. Simon & Schuster.
- O-Pitblast. (01 de 02 de 2017). Obtenido de <http://www.o-pitblast.com>
- Platt, J., & Stephens, M. (2016). Profile, Profile, Profile. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Las Vegas.
- Reis, E. (2001). *Estatística Multivariada Aplicada*. Lisboa: Sílabo.
- Renishaw. (2014). Brochure - Quarryman® Pro.
- Simulators and Training. (2016). *International Mining*, 30-35.
- South African Technology and Services. (2017). *International Mining*, 42-52.
- Tan, P.-N., Steinbach, M., & Kumar, V. (2005). *Introduction to Data Mining*.
- Wampum Hardware. (2017). Obtenido de <http://wampumhardware.com/>
- Wiegand, J. E., & Valentim, L. (2016). Using Photogrammetry Data from Unmanned Aerial Vehicle (UAV), Small Unmanned Aircraft Systems (sUAS) for Blast Design. *ISEE - International Society of Explosives Engineers*. Las Vegas.